

На правах рукописи



БЕЛАШОВА Елена Семеновна

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ НЕОДНОМЕРНЫХ
НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ СТРУКТУР СОЛИТОННОГО ТИПА
В СРЕДАХ С ПЕРЕМЕННОЙ ДИСПЕРСИЕЙ**

Специальности: 25.00.29 – Физика атмосферы и гидросферы

01.04.03 – Радиофизика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2007

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Казанский государственный энергетический университет»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
Владимиров Сергей Владимирович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
профессор Фахрутдинова Антонина
Николаевна

доктор физико-математических наук
Попель Сергей Игоревич

Ведущая организация: Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн РАН, г. Тро-
ицк Московской области

Защита состоится 1 ноября 2007 года в 16 часов 00 минут на заседании Диссертационного совета Д 212.081.18 в Казанском государственном университете им. В.И. Ульянова-Ленина по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлёвская, 18, физический факультет, ауд. 210.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета

Автореферат разослан 28 сентября 2007 года

Ученый секретарь Диссертационного совета
доктор физико-математических наук
профессор



А.В. Карпов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Настоящая работа посвящена численному исследованию динамики неоднородных нелинейных волновых структур солитонного типа, описываемой уравнениями класса Кадомцева-Петвиашвили (КП), обобщенными на случай переменной в пространстве и во времени дисперсии, с учетом дисперсионных эффектов высшего порядка, процессов диссипации и стохастических флуктуаций волнового поля. Такие объекты интересны тем, что их изучение играет важную роль как при исследовании общей динамики волновых образований, так и при моделировании нелинейных волновых процессов в верхней атмосфере (ионосфере) и гидросфере, волновых структур в замагниченной плазме, а также при исследовании распространения волновых импульсов в электрических линиях с нелинейной нагрузкой.

Актуальность темы диссертации определяется назревшими проблемами теории неоднородных нелинейных волн в средах с дисперсией, той ролью, которую могут играть волновые процессы гидродинамического типа в диспергирующих средах (в том числе в атмосфере и гидросфере Земли, а также в плазме ионосферы и магнитосферы), и, с другой стороны, необходимостью теоретической интерпретации результатов многочисленных лабораторных и натурных экспериментов (эксперименты с поверхностными и внутренними волнами в гидротках и вращающихся сосудах, радиофизические эксперименты по исследованию волновых возмущений в верхней атмосфере и ионосфере, моделирование распространения солитонов в электрических линиях, изучение возбуждения, эволюции и динамики взаимодействия ионно-звуковых и магнитозвуковых солитонов в плазме и т.д.), а также необходимостью учета, в отличие от классических моделей уравнений КдВ- и КП-классов, эффектов, свойственных реальным средам (атмосфере, гидросфере, плазме и пр.): дисперсионных эффектов высшего порядка, диссипативных процессов, неустойчивостей различного типа, стохастических флуктуаций волновых полей (модели обобщенных уравнений КП – ОКП); фактическим отсутствием анализа процессов трансформации нелинейных волновых возмущений в областях резких градиентов параметров среды, где наблюдаются интенсивные переходные процессы (дисперсия переменна), что важно для физики ряда прикладных областей (верхняя атмосфера и ионосфера – области фронтов солнечного терминатора (СТ) и солнечного затмения (СЗ); гидросфера – изменяющийся в пространстве и во времени рельеф дна; физика плазмы – области неоднородности и анизотропии в замагниченной и пылевой плазме и др.).

Несмотря на значительные успехи, достигнутые в последние два десятилетия в области теории неоднородных солитонов и ее приложений (отметим ставшие уже классическими работы М.Крускала, Б.Б.Кадомцева, В.И.Петвиашвили, В.Е.Захарова, В.И.Карпмана, Л.А.Островского, Е.А.Кузнецова, О.А.Похотелова, В.Ю.Белашова, А.Б.Михайловского, Й.-Х.Ичикавы), существующий большой объем теоретического и экспериментального материала стимулирует пересмотр ряда положений о физике наблюдаемых процессов и требует анализа и обобще-

ния с учетом ситуаций, когда в сложных неустойчивых средах дисперсия является переменной во времени и пространстве и можно ожидать развитие процессов, приводящих к нарушению структуры волновых образований и их распаду с турбулизацией волнового поля и переходом в хаотические режимы или, в результате развития неустойчивости, к коллапсу с высвечиванием энергии. Особенно актуальной эта проблема является в физике атмосферы и гидросферы, где имеют место интенсивные переходные процессы, связанные со сложной динамикой параметров, а также в физике ионосферной и магнитосферной плазмы, когда дисперсионные характеристики среды являются функциями соотношения параметров компонент плазмы и направления внешнего магнитного поля.

Построенная к настоящему времени теория неодномерных нелинейных систем класса КП (Б.Б.Кадомцев, В.И.Петвиашвили, В.Е.Захаров, В.Ю.Белашов, В.И.Карпман) относится, главным образом, лишь к весьма идеализированным моделям, которые в общепринятом в математической физике смысле не являются полностью интегрируемыми. При аналитическом исследовании удастся, в лучшем случае, решить проблему устойчивости неодномерных решений, изучить характер асимптотик и, с помощью анализа в многомерном фазовом пространстве, получить качественные характеристики решений и построить их классификацию. Для случаев постоянной дисперсии эти задачи были в последние 8-10 лет в достаточной степени решены (В.Ю.Белашов, Е.А.Кузнецов, С.Л.Мушер), однако в более общем случае исследования еще далеки от своего завершения. Что касается задачи исследования структуры и динамики неодномерных нелинейных структур солитонного типа, в общем случае аналитически не решаемой (такой эффективный аппарат, как известные методы теории возмущений и метод ОЗР (В.Е.Захаров, А.Б.Шабат), оказывается неприменимым для класса уравнений КП, учитывающих вышеупомянутые факторы), то здесь на первый план выступает проблема развития высокоточных и высокопроизводительных методов численного интегрирования нелинейных неодномерных уравнений, позволяющих моделировать соответствующие физические системы.

Представленные соображения обусловили предпринятый в диссертации подход к изучению динамики двумерных и трехмерных нелинейных волн в диспергирующих средах, позволивший в определенном смысле обобщить некоторые результаты теории, а также обнаружить ряд новых эффектов, не проявляющихся в «классических» моделях класса КП, не учитывающих имеющие место в реальных средах (главным образом, в атмосфере, гидросфере и плазме ионосферы) эффекты.

Целью работы является исследование динамики неодномерных нелинейных волновых структур солитонного типа на основе уравнений класса КП, обобщенных на случай переменной в пространстве и во времени дисперсии, с учетом дисперсионных эффектов высшего порядка, процессов диссипации «вязкостного» типа и стохастических флуктуаций волнового поля; анализ устойчивости неодномерных солитонных структур и классификация решений методами асимптотиче-

ского и качественного анализа; исследование приложений в физике верхней атмосферы (ионосферы) и гидросферы, задачах распространения нелинейных импульсов в электрических цепях, а также в физике замагниченной плазмы.

Решаемые задачи:

1) обобщение уравнения Кадомцева-Петвиашвили (КП) на случай переменной во времени и пространстве дисперсии с учетом дисперсионных эффектов высшего порядка, процессов диссипации «вязкостного» типа и стохастических флуктуаций волнового поля (уравнение ОКП);

2) исследование устойчивости двумерных (2D) и трехмерных (3D) решений уравнения ОКП в бездиссипативном случае;

3) исследование характера асимптотик и качественный анализ решений уравнений ОКП-класса в 4D фазовом пространстве;

4) разработка методов численного интегрирования уравнений ОКП класса, позволяющих с необходимой точностью решать задачи моделирования динамики неодномерных нелинейных волновых структур с учетом эффектов, присущих реальным физическим средам;

5) приложение результатов исследований к изучению проблем: динамики 2D солитонов гравитационных и гравитационно-капиллярных волн (ГВ и ГКВ) на поверхности жидкости при изменяющемся рельефе дна; динамики 2D солитонов внутренних гравитационных волн (ВГВ) на высотах F -слоя ионосферы в областях резких градиентов основных ионосферных параметров; распространения нелинейных импульсов в электрических линиях с нелинейной нагрузкой; динамики 3D быстрых магнитозвуковых (БМЗ) волн в неоднородной плазме, находящейся в неоднородном и/или нестационарном магнитном поле.

Методологической и теоретической базой исследований послужили работы Б.Б.Кадомцева, В.И.Петвиашвили, В.И.Карпмана, В.Ю.Белашова, в которых развиты основные положения теории неодномерных нелинейных волновых движений, включая вопросы устойчивости решений, и выполнено её обобщение для геофизических процессов и явлений в замагниченной плазме. При исследовании характера асимптотик и построении классификации решений уравнений ОКП-класса в фазовом пространстве использовались идеи и техника Т.Кавахары, А.А.Андропова, Н.Н.Баутина и др. Основой при разработке методов численного интегрирования неодномерных нелинейных уравнений послужили работы Ю.А.Березина, В.И.Петвиашвили, В.Ю.Белашова и В.Г.Маханькова.

Научная новизна работы определяется следующими результатами:

1. Введено в рассмотрение обобщение 2D и 3D уравнения КП на случай переменной во времени и пространстве дисперсии с учетом дисперсионных эффектов высшего порядка, диссипации, неустойчивости и стохастических флуктуаций волнового поля, что дало возможность изучить ряд новых эффектов, не проявляющихся в моделях КП с постоянной дисперсией.

2. Для широкого класса возмущений впервые, в терминах диапазона воз-

можных изменений дисперсионных параметров, определены достаточные условия существования абсолютно и локально устойчивых 2D и 3D решений обобщенного уравнения.

3. Впервые изучены характер асимптотик и структура решений уравнений ОКП-класса с переменной дисперсией; методами асимптотического и качественного анализа выделены классы волновых решений солитонного, несолитонного («кинкового») и смешанного типов; впервые исследованы переходные режимы от одного класса к другому при изменении дисперсионных параметров.

4. Разработаны новые высокоточные и эффективные (в смысле временных затрат) методы численного интегрирования уравнений ОКП-класса с переменной дисперсией, отличающиеся от известных сравнительно высокой производительностью и позволяющие контролировать эволюцию 2D и 3D решений в динамике.

5. Для волн тока и напряжения (ВТН), распространяющихся в электрических линиях с нелинейной нагрузкой, впервые показано, что в зависимости от параметров линии из начальных импульсов ВТН могут формироваться солитоны ВТН с осциллирующими хвостами позади главного максимума, либо наблюдаться их распад на последовательность устойчивых солитонов ВТН, а для некоторых специальных начальных условий – явление параметрического усиления напряжения и тока в линии.

6. Впервые, для 2D солитонов ГВ и ГКВ волн на поверхности жидкости при изменяющемся рельефе дна, для разных моделей характера пространственно-временного изменения рельефа, показано, что эволюция начального возмущения поверхности может приводить как к разрушению солитона, формированию ударной волны с развитием высокочастотной осцилляторной структуры позади ее фронта, так и к образованию стационарных (локально) стоячих волн или стационарных периодических волновых структур, а также переходу в хаотический режим.

7. Предложена динамическая модель, описывающая временные зависимости ионосферных характеристик, определяющих процессы диффузии, ионизации и рекомбинации на высотах F -области; на основе данной модели впервые численно установлен ряд новых эффектов, наблюдающихся во фронтальных областях СТ и СЗ, где имеют место резкие градиенты основных ионосферных параметров, в частности: генерация солитонами ВГВ волновых “предвестников”, роль диссипативных эффектов и стохастических флуктуация волнового поля в трансформации солитонов ВГВ в процессе их эволюции, которая может заканчиваться формированием осциллирующей структуры с последующим ее разрушением и переходом волнового поля в турбулентный режим.

8. Впервые изучены эффекты трансформации 3D пучка БМЗ волн в неоднородной плазме, находящейся в неоднородном и/или нестационарном магнитном поле.

Практическая ценность работы определяется новыми результатами, уточ-

няющими картину эволюции нелинейных волновых образований солитонного типа, возникающих в атмосфере, гидросфере, плазме, а также электрических цепях с нелинейной нагрузкой, их взаимодействия и разрушения. Разработанные методы численного исследования и созданные на их основе алгоритмы и компьютерные программы моделирования динамики 2D и 3D солитонных структур являются эффективным средством исследования волновых движений в сплошных средах, включая вопросы прогнозирования эволюции нелинейных волновых систем. Результаты, полученные в диссертации, используются в КГЭУ в работах по исследованию динамики неоднородных нелинейных структур солитонного и вихревого типов в сплошных средах и внедрены в лекционный курс «Математические методы моделирования физических процессов», читаемый в КГЭУ. Практическая ценность диссертации подтверждается использованием результатов в работах, выполнявшихся в рамках международных программ WITS/WAGS, STEP и «Терминатор».

Личный вклад автора. Решение поставленных задач исследования структуры и эволюции неоднородных нелинейных волновых структур, разработка методов и алгоритмов моделирования их динамики, проведение численных экспериментов, интерпретация и анализ полученных результатов, формулировка выводов.

Апробация работы. Результаты исследований были представлены и обсуждались на VI Научной конференции аспирантов и молодых исследователей Северного международного университета (Магадан, 1999); II Международной научно-методической конференции «Новые технологии в преподавании физики: школа и вуз» (Москва, 13-16 марта 2000); 30th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics (S.-Petersburg, Russia, July 7-11, 2003); Joint International Scientific Conference «New Geometry of Nature: Mathematics, Geophysics» (Kazan, August 25 - September 5, 2003); XVII International Wroclaw Symposium on EMC (Wroclaw, Poland, June 29-July 1, 2004); III Молодёжной научно-технической конференции «Будущее технической науки» (Н. Новгород, 26-27 мая 2004); Международной научно-практической интернет-конференции (Армавир, 21-22 сентября 2004); Международной научно-практической интернет-конференции «Электрооборудование и электрохозяйство: процессы и системы управления – ЭЭПС-2005» (Казань, 16-18 сентября 2005); 14th Gaseous Electronic Meeting – GEM-2006 (Murrumbidgee, Australia, 5-9 February, 2006); 13th International Congress on Plasma Physics (Kiev, Ukraine, May 22-26, 2006); 8th Asia-Pacific Conference on Plasma Science and Technology and 19th Symposium on Plasma Science for Materials (Cairns, Australia, 2-5th July 2006); Australian Institute of Physics 17th National Congress 2006 (Brisbane, Australia, December 3-8, 2006); II Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Проблемы электротехники, электроэнергетики и электротехнологии» (Тольятти, 16-18 мая 2007); Общегородском научном семинаре «Теория и компьютерное моделирование нелинейных и нестационарных процессов в физических средах» (Казань, КГЭУ, 2001-2007).

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований: гранты РФФИ № 98-02-18359, № 01-02-16116, № 03-02-06171 (МАС), Министерством образования и науки РФ: грант МО № Т02-01.1-2984.

Публикации. По теме диссертационной работы опубликованы 23 печатные работы, из них 1 монография, 6 научных статей, 1 работа, депонированная в ВИНТИ, 9 полных текстов докладов в сборниках трудов международных и всероссийских научных конференций и симпозиумов, включая 2 электронных издания, 6 тезисов докладов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения, содержит 210 страниц машинописного текста, включая 64 рисунка, 2 таблицы, 133 наименования использованной литературы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, проанализировано современное состояние проблемы, сформулированы цели и задачи исследования и обозначены подходы к их решению, приведены структура и содержание диссертации и указаны работы, в которых отражены основные результаты.

В **первой главе** из полной системы классических уравнений гидродинамики выводятся 2D и 3D уравнения КП в обобщенных переменных, смысл которых определяется классом изучаемых явлений и поясняется по мере изложения (разд. 1.1). Далее (разд. 1.2) уравнение КП в его классической форме обобщается путем введения дисперсионной поправки следующего порядка и членов, описывающих эффекты диссипации, неустойчивость и стохастические флуктуации волнового поля – вводится обобщенное уравнение КП (уравнение ОКП):

$$\partial_x \left[\partial_t u + \alpha u \partial_x u - \nu \partial_x^2 u + \beta \partial_x^3 u + \delta \partial_x^4 u + \gamma \partial_x^5 u + \eta(t, x, \mathbf{r}_\perp) \right] = \kappa \Delta_\perp u, \quad \kappa = -c_0 / 2, \quad (1)$$

где u – функция, определяющая волновое поле, c_0 – фазовая скорость малых линейных колебаний, $\Delta_\perp = \partial_y^2$ в 2D и $\Delta_\perp = \partial_y^2 + \partial_z^2$ в 3D геометрии. В разд. 1.3 уравнение (1), безотносительно к типу среды, рассматривается для различных случаев переменной в пространстве и во времени дисперсии, когда $\beta = \beta(t, \mathbf{r})$, $\gamma = \gamma(t, \mathbf{r})$. Таким образом, последовательно проводится идея универсальности модели ОКП для сред различных типов. Далее раскрывается смысл и определяются значения функций и переменных для волн атмосфере, гидросфере и плазме.

Во **второй главе** изучается проблема устойчивости решений уравнений ОКП-класса с переменной дисперсией (разд. 2.1). Показано, что основное уравнение в пренебрежении диссипацией и эффектами неустойчивости представимо в форме $\partial_t u = \partial_x (\delta H / \delta u)$ с гамильтонианом

$$H = \int \left[-\frac{\varepsilon}{2} (\partial_x u)^2 + \frac{\lambda}{2} (\partial_x^2 u)^2 + \frac{1}{2} (\nabla_\perp \partial_x v)^2 - u^3 \right] d\mathbf{r}, \quad \partial_x^2 v = u, \quad (2)$$

где $\varepsilon = \beta(t, \mathbf{r}) s^{-2}$, $\lambda = \text{sgn}[\gamma(t, \mathbf{r})]$, $s = |\gamma(t, \mathbf{r})|^{1/4}$. На основе анализа трансформаци-

онных свойств H на основе теоремы Ляпунова выполнены оценки устойчивости решений уравнения ОКП (1) в 2D и 3D геометрии для всего диапазона изменения коэффициентов. Выделены классы абсолютно и локально устойчивых решений: в 2D случае – при $\gamma > 0, \beta \leq 0$ и $\gamma > 0, \beta > 0$; $\gamma < 0, \beta < 0$, соответственно; в 3D случае – при $\gamma > 0, \beta > 0$ и $\gamma > 0, \beta \leq 0$, соответственно. Найдены достаточные условия устойчивости и показано, что при изменении характера дисперсии возможен переход решений из неустойчивой фазы развития в устойчивую, и наоборот.

В разд. 2.2 методами асимптотического и качественного анализа (последние, в отличие от обычно применяющихся в теории колебаний для 2D динамических систем, были распространены на исследование и систематизацию фазовых портретов в 4D фазовом пространстве) изучены асимптотики и структура решений уравнений ОКП-класса с переменной дисперсией и произвольным показателем нелинейности (второй член уравнения (1) в виде $\alpha u^p \partial_x u$), имеющих широкие приложения в физике атмосферы и гидросферы, а также плазмы ионосферы и магнитосферы. Выделены классы волновых решений солитонного, несолитонного («кинкового») и смешанного типов. Изучены переходные (от класса к классу) режимы при изменении дисперсионных параметров.

В *третьей главе* представлены развитые в работе методы численного интегрирования неоднородных уравнений ОКП-класса, применяющиеся для изучения динамики солитонов и эволюции нестационарных волновых пакетов, описываемых уравнением (1) с переменной дисперсией, в последующих главах диссертации. Детально описаны явные и неявные схемы (разд. 3.1) для уравнений, представленных в интегро-дифференциальной форме, с аппроксимацией $O(\tau^2, h_r^2)$ и $O(\tau^2, h_r^4)$, а также динамический спектральный метод (разд. 3.2), состоящий в предварительном преобразовании Фурье исходного уравнения по пространственным координатам и решении получающейся при этом системы дифференциальных уравнений первого порядка методами семейства Рунге-Кутты. Проанализированы условия устойчивости и сравнительные характеристики схем различных типов, полученные при тестировании методов на известных точных решениях (разд. 3.3). Разработанные методы отличаются от известных сравнительно высокой производительностью, относительно просты в реализации и позволяют с высокой точностью контролировать эволюцию 2D и 3D решений в динамике.

В *четвертой главе* путём численного эксперимента проведены исследования структуры и динамики взаимодействия 2D (разд. 4.1) и 3D (разд. 4.2) волновых структур солитонного типа. В целом, для уравнения ОКП с переменной дисперсией, подтверждены результаты, полученные ранее в работах В.Ю.Белашова для случаев $\beta, \gamma = \text{const}$. Показано, что основное отличие состоит в том, что при изменяющихся дисперсионных параметрах в процессе эволюции солитонов и их взаимодействии могут наблюдаться процессы нарушения структуры, деформация и

разрушение устойчивых при $\beta, \gamma = \text{const}$ 2D и 3D решений с переходом волнового поля в турбулентный режим. Наличие в среде стохастических флуктуаций волнового поля, как правило, ускоряет течение этих процессов (разд. 4.3).

В *пятой главе* исследуются приложения полученных аналитически и численно результатов к изучению распространения нелинейных импульсов в электрических линиях с нелинейной нагрузкой, динамики 2D солитонов ГВ и ГКВ на поверхности жидкости при изменяющемся рельефе дна, динамики 2D солитонов ВГВ на высотах F -слоя ионосферы в областях резких градиентов основных ионосферных параметров, а также динамики 3D БМЗ волн в неоднородной плазме, находящейся в неоднородном и/или нестационарном магнитном поле.

В разд. 5.1 для ВТН, распространяющихся в электрических линиях с нелинейной нагрузкой, численно исследуется система уравнений ОКП класса

$$\begin{cases} \partial_t I + (\alpha_1 I \partial_x U + \beta_1 \partial_x^3 U + RI) / L = 0, \\ \partial_t U + (\alpha_2 U \partial_x I + \beta_2 \partial_x^3 I + GU) / C = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где R, C, L, G – распределенные параметры: сопротивление, емкость, индуктивность и коэффициент утечки (проводимость), рассчитанные на единицу длины линии. Показано, что в зависимости от параметров линии из начальных импульсов ВТН могут формироваться солитоны с осциллирующими хвостами позади главного максимума (рис. 1а), либо наблюдаться их распад на последовательность устойчивых солитонов ВТН (рис. 1б), а для некоторых специальных начальных условий – явление параметрического усиления напряжения и тока в линии.

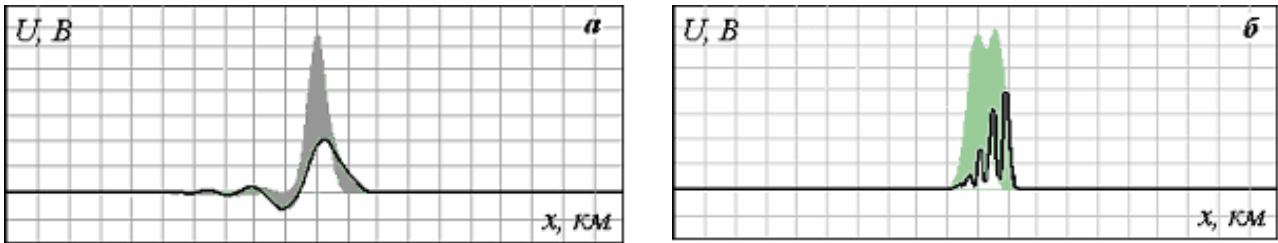


Рис. 1. Импульс U в линии ($t = 100$ мкс, $\alpha_1 / L = \alpha_2 / C = 1$): **а** – $\beta_1 / L = \beta_2 / C = 3.42 \times 10^{-3}$, $R / L = G / C = 0.15$; **б** – $\beta_1 / L = \beta_2 / C = 1.02 \times 10^{-4}$, $R / L = G / C = 0.05$

В численных экспериментах для 2D солитонов ГВ и ГКВ, проводившихся для трех типов изменения параметров дисперсии [функций рельефа дна $H(t, x, y)$] $\beta = (c_0 / 6)(H^2 - 3\sigma / \rho g)$ и $\gamma = (c_0 / 6)[H^2(2H^2 / 5 - \sigma / \rho g) - (3\sigma / \rho g - H^2)^2 / 12]$, где $c_0 = \sqrt{gH}$ (для ГВ коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 0$), установлено (разд. 5.2), что эволюция начального возмущения поверхности может приводить как к разрушению солитона, формированию ударной волны с развитием высокочастотной осцилляторной структуры позади ее фронта, так и к образованию стационарных (локально) стоячих волн или стационарных периодических волновых структур, а также переходу в хаотический режим.

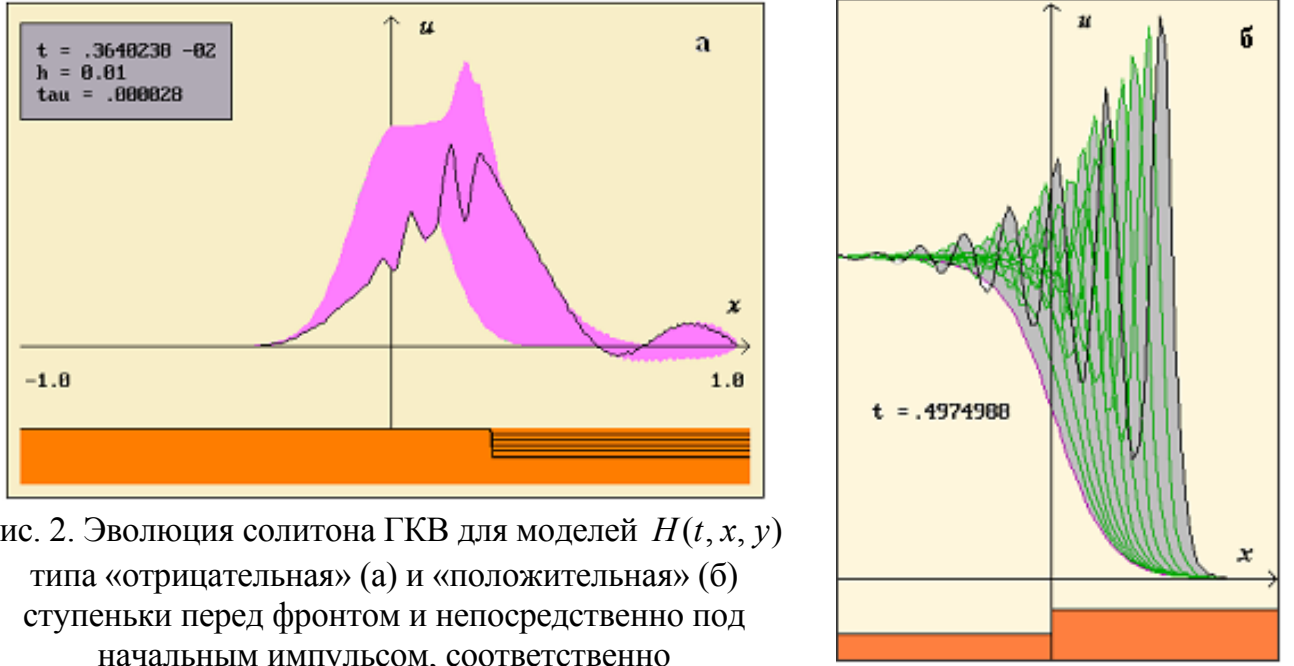


Рис. 2. Эволюция солитона ГКВ для моделей $H(t, x, y)$ типа «отрицательная» (а) и «положительная» (б) ступеньки перед фронтом и непосредственно под начальным импульсом, соответственно

В разд. 5.3 введена динамическая модель:

$$\begin{aligned}
 N_0 &= N_{0m} \exp\left[-\gamma_N(t-t_m)^2/t_{ch}^2\right], \\
 Q(z, \chi) &= Q(h_0, 0) \exp\left(1 - \sec \chi e^{-\zeta}\right) \exp(-\zeta), \quad \beta_0 = Q(h_0, 0)/N_{0m}, \\
 D_0 &= D_{0m} T_i, \quad H = (kT_e)/(m_e g), \quad H_i = k(T_e + T_i)/(m_i g), \\
 T_e &= T_{em} \exp\left[-\gamma_e(t-t_m)^2/t_{ch}^2\right], \quad T_i = T_{im} \exp\left[-\gamma_i(t-t_m)^2/t_{ch}^2\right], \\
 P &= 1 + \exp\left[-(t-t_m)^2/t_{ch}^2\right],
 \end{aligned} \tag{4}$$

описывающая временные зависимости ионосферных характеристик, определяющих процессы диффузии, ионизации и рекомбинации на высотах F -области. Здесь функции задают фоновые (по отношению к временным масштабам исследуемых возмущений) изменения и определяются выражениями:

$$N(t) = N_0(t)N_1(z), \quad \beta = \beta_0 \exp(-P\zeta), \quad D_0 = D_\alpha \sin^2 I \exp(-\zeta), \tag{5}$$

где $\zeta = z/H_i$, $z = h - h_0$, $h_0 = H_i \ln \alpha$ – соответствуют максимуму электронной концентрации (N); $\alpha = 2H_i \sqrt{\beta_0/D_0}$; P – характеризует перемешивание газа; χ – зенитный угол Солнца; t_{ch} – характеризует временной масштаб, индекс m отвечает максимальному значению функции; γ_k – некоторые функции, определяющие эффект воздействия на соответствующую компоненту; остальные обозначения стандартные в физике ионосферы. На основе данной модели путем аналитического и численного решения 2D уравнения ОКП, описывающего эволюцию солитонов ВГВ (длинноволновое по отношению к высоте однородной нейтральной атмосферы приближение), установлено, что в областях ионосферы с резкими градиентами ее основных параметров солитоны ВГВ и возбуждаемые ими перемещающиеся ионосферные возмущения N (ПИВ) трансформируются и их структура на-

рушается, что приводит, в частности, во фронтальных областях СТ и СЗ к генера-

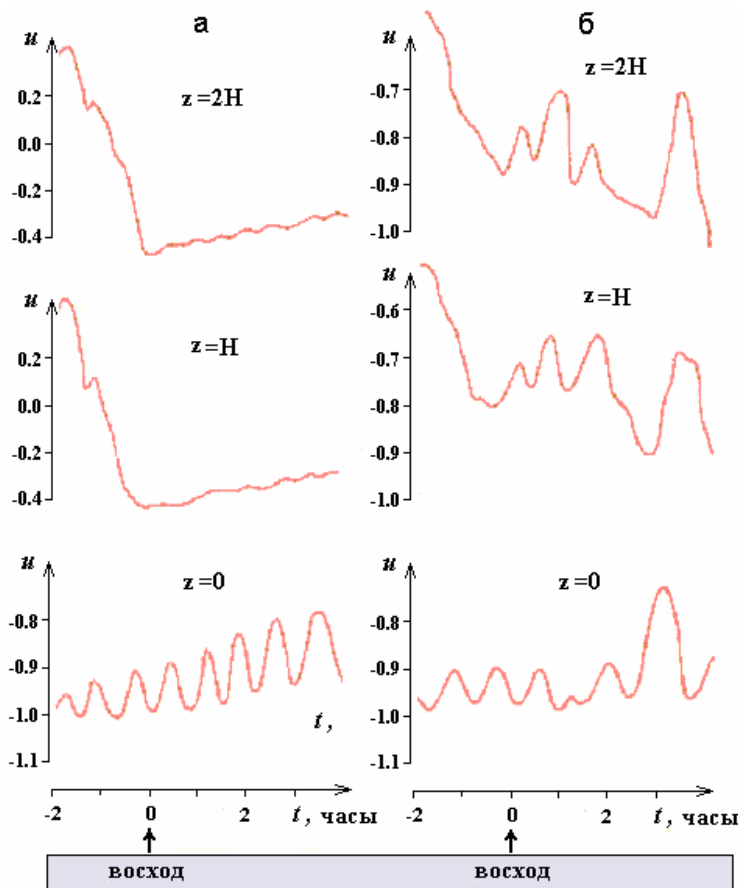


Рис. 3. Возмущения в F -слое, обусловленные СТ (утренний сектор): а) зима, (б) лето; $t=0$ – момент восхода Солнца на высоте $z=0$

эволюции, сопровождающемся трансформацией волны в осциллирующую струк-

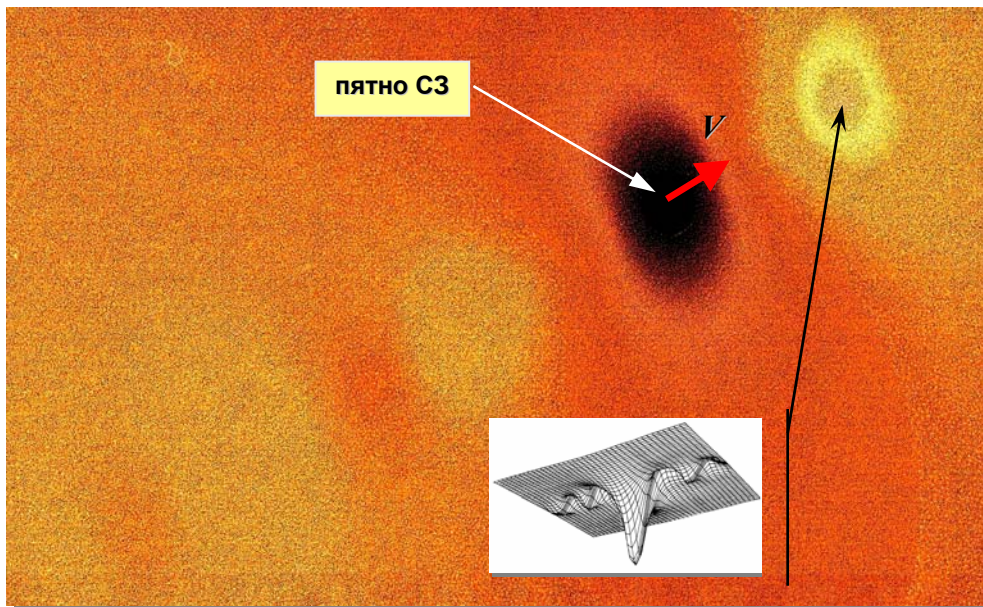


Рис. 4. Общий вид численного решения уравнения ОКП $u(x, y)$ для источника СЗ $[(x, y)$ -плоскость]; $V \approx 1667$ км/ч = 463 м/с

ции солитонами ВГВ волновых “предвестников” с периодами ~ 40 – 60 мин (для СТ – рис. 3) и ~ 3 – 10 мин (для СЗ – рис. 4) и масштабами, существенно различающимися для летнего и зимнего сезонов и зависящими, главным образом, от параметров F -слоя. В общем виде представлено решение уравнения непрерывности для N , учитывающее ВГВ, перемещающиеся в F -области под углами, близкими к горизонтали. Показано, что присутствие диссипации вызывает экспоненциальное уменьшение амплитуды и эффекты нарушения структуры и симметрии ВГВ, сопровождающиеся релаксацией в восстановлении N после прохождения волны, а даже малые стохастические флуктуации приводят к затуханию ВГВ в процессе ее

эволюции, сопровождающемся трансформацией волны в осциллирующую структуру с последующим ее разрушением и переходом волнового поля в турбулентный режим. Введенная динамическая модель позволила, таким образом, исследовать эффекты воздействия СТ и СЗ на плазму ионосферы. Отмечается, что ре-

зультаты, полученные при численном моделировании волновых эффектов, связанных с движением фронтов СТ и СЗ, хорошо согласуются с результатами целенаправленных экспериментов по «пассивному» наклонному зондированию ионосферы сигналами удаленных пространственно и частотно разнесенных радиостанций, проводившихся в конце 80-х – начале 90-х годов в Дальневосточном регионе России в ходе работ по Международным программам «Терминатор» и WITS/WAGS.

В разд. 5.4 исследуется динамика 3D пучка БМЗ волн в неоднородной плазме, находящейся в неоднородном и/или нестационарном магнитном поле, когда дисперсионный коэффициент β является функцией альфвеновской скорости $v_A = f[B(t, x), n(t, x)]$ (n – плотность плазмы) и угла $\theta = (\mathbf{k} \wedge \mathbf{B})$ между волновым вектором и магнитным полем: $\beta = (v_A c^2 / 2\omega_{0i}^2)(\text{ctg}^2 \theta - m/M)$. Численно изучены стадии эволюции пучка в зависимости от соотношения θ и m/M , показана невозможность его самофокусировки и исследованы эффекты трансформации в случае переменной дисперсии, в том числе в областях ее резких градиентов.

В **заклучении** приводится перечень основных результатов, полученных в диссертации, и их обсуждение.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Введено в рассмотрение обобщение уравнения КП, описывающее 2D и 3D солитоны и нелинейные волны в средах с переменной во времени и пространстве дисперсией, нелинейностью гидродинамического типа с учетом дисперсионных эффектов высшего порядка, диссипации, неустойчивости и стохастических флуктуаций волнового поля. Это дало возможность изучить ряд новых эффектов, не проявляющихся в моделях стандартного уравнения КП.

2. Показано, что в случае пренебрежения диссипацией полученное уравнение ОКП является гамильтоновским и на основе анализа трансформационных свойств гамильтониана, в терминах диапазона возможных изменений дисперсионных параметров, аналитически получены достаточные условия абсолютной и локальной устойчивости 2D и 3D решений. В результате показано, что при изменении характера и величины дисперсии возможен переход решений из неустойчивой фазы развития в устойчивую, и наоборот.

3. Методами асимптотического и качественного анализа детально исследованы характер асимптотик и структура решений уравнений ОКП-класса с переменной дисперсией; выделены классы волновых решений солитонного, несолитонного («кинкового») и смешанного типов; изучены переходные (от класса к классу) режимы при изменении дисперсионных параметров.

4. Для полученных в работе уравнений ОКП-класса с переменной дисперсией разработан ряд методов и алгоритмов численного интегрирования, строящихся на основе конечно-разностного и спектрального подходов и отличающихся от известных сравнительно высокой производительностью. Предложенные методы и

алгоритмы относительно просты в реализации и позволяют с высокой точностью контролировать эволюцию 2D и 3D решений в динамике.

5. Изучены приложения полученных результатов к исследованию:

а) распространения нелинейных импульсов в электрических линиях с нелинейной нагрузкой; впервые показано, что в зависимости от параметров линии из начальных импульсов ВТН могут формироваться солитоны с осциллирующими хвостами позади главного максимума, либо наблюдаться их распад на последовательность устойчивых солитонов ВТН, а для некоторых специальных начальных условий – явление параметрического усиления напряжения и тока в линии;

б) динамики 2D солитонов гравитационных и гравитационно-капиллярных волн на поверхности жидкости при изменяющемся рельефе дна; впервые, для разных моделей характера пространственно-временного изменения рельефа, показано, что эволюция начального возмущения поверхности может приводить как к разрушению солитона, формированию ударной волны с развитием высокочастотной осцилляторной структуры позади ее фронта, так и к образованию стационарных (локально) стоячих волн или стационарных периодических волновых структур, а также переходу в хаотический режим;

в) динамики 2D солитонов ВГВ на высотах F -слоя ионосферы в областях резких градиентов основных ионосферных параметров: введена динамическая модель, описывающая временные зависимости ионосферных характеристик, определяющих процессы диффузии, ионизации и рекомбинации на высотах F -области, позволившая исследовать эффекты воздействия СТ и СЗ на плазму ионосферы; на основе этой модели установлено, что в областях ионосферы с резкими градиентами ее основных параметров солитоны ВГВ и возбуждаемые ими ПИВ электронной концентрации (N) трансформируются и их структура нарушается, что приводит, в частности, во фронтальных областях СТ и СЗ к генерации солитонами ВГВ волновых “предвестников” с периодами $\sim 40\text{--}60$ мин (для СТ) и $\sim 3\text{--}10$ мин (для СЗ) и масштабами, существенно различающимися для летнего и зимнего сезонов и зависящими, главным образом, от параметров F -слоя; присутствие диссипации вызывает экспоненциальное уменьшение амплитуды и эффекты нарушения структуры и симметрии ВГВ, сопровождающиеся релаксацией в восстановлении N после прохождения волны; даже малые стохастические флуктуации приводят к затуханию ВГВ в процессе ее эволюции, сопровождающемуся трансформацией волны в осциллирующую структуру с последующим ее разрушением и переходом волнового поля в турбулентный режим;

г) динамики 3D БМЗ волн в неоднородной плазме, находящейся в неоднородном и/или нестационарном магнитном поле; впервые изучены эффекты трансформации пучка БМЗ волн в неоднородной плазме, находящейся в неоднородном и/или нестационарном магнитном поле.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах (приведены в хронологическом порядке):

1. Белашова Е.С. Волновые возмущения, возбуждаемые в ионосфере сол-

нечным терминатором//Идеи, гипотезы, поиск...: Сб. статей по материалам VI науч. конф. аспирантов и молодых исследователей Северного международного университета. Магадан: Изд. СМУ, 1999. – С. 23-26.

2. Белашов В.Ю., Белашова Е.С. Изучение процессов диффузии и переноса в различных средах методами вычислительного эксперимента//Новые технологии в преподавании физики: школа и вуз: Сб. аннотаций докладов II Межд. научно-методич. конф. М.: МПГУ, 2000. – С. 90.

3. Белашов В.Ю., Белашова Е.С., Аношен А.В. Идеология и реализация численных подходов к интегрированию к интегрированию уравнений КП и 3-DNLS-классов. Деп. в ВИНТИ 11.02.2003 Г., № 273-B2003. Казань: КГЭУ, 2003. – 37 с.

4. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Anoshen A.V. 2D Solitons in Media with Variable Dispersion: Structure and Evolution//30th EPS Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, July 7-11, 2003, St. Petersburg, Russia. ECA. Vol. 27A. P-2.201. // <http://eps2003.ioffe.ru/public/pdfs/P-2.201-pre.pdf>.

5. Belashov V.Yu., Belashova E.S. Qualitative analysis and asymptotics of solutions of the GKP-class equations with variable dispersion//New Geometry of Nature. Mathematics, Mechanics, Geophysics, Astronomy & Biology. Joint Intern. Sci. Conf., Aug. 25 – Sept. 5, 2003. Kazan State University, Russia. V.1. – P. 35-44.

6. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Denisova A.R. Theory and numerical simulation of the internal EM fields excited by the external source in the cable lines of different assignment//Proc. XVII Intern. Wroclaw Symp. on EMC, Wroclaw, Poland, June 29-July 1, 2004. – P. 307-312.

7. Белашова Е.С. Неодномерные солитоны в средах с переменной дисперсией: структура и эволюция//III молодёжная научно-техн. конф. «Будущее технической науки», Н.Новгород, 26-27 мая 2004 г. Тезисы докладов. Н.Новгород: ННГТУ, 2004. – С. 273-274.

8. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Denisova A.R. Study of propagation of current and voltage waves induced by lightning discharge in a resistive cable line with nonlinear elements//Модели, алгоритмы и программы процессов и систем управления электрооборудованием и электрохозяйством: Межд. научно-практ. интернет-конф., Армавир, 21-22 сент. 2004 г.//<http://www.amti.ru/konf/index.htm>.

9. Белашов В.Ю., Белашова Е.С., Денисова А.Р. Исследование характеристик ВТН, распространяющихся в кабельных линиях, возбуждаемых внешними источниками ЭМ поля//В кн.: Электрификация металлургических предприятий Сибири. Вып. 12. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2005. – С. 217-220.

10. Белашов В.Ю., Белашова Е.С., Денисова А.Р. Исследование распространения ВТН в электрических линиях с линейной и нелинейной нагрузкой//Межд. научно-практич. интернет-конф. «Электрооборудование и электрохозяйство: процессы и системы управления – ЭЭПС-2005», посвященная 1000-летию г. Казани. // www.kgeu.ru/наука.

11. Белашова Е.С., Белашов В.Ю. Солитоны как математические и физические объекты. Казань: КГЭУ, 2006. – 204 с.

12. Belashov V.Yu., Belashova E.S. Nonlinear Dynamics of the 3D FMS and Alfvén Wave Beams Propagating in Plasma of Ionosphere and Magnetosphere//14th Gaseous Electronic Meeting – GEM-2006, Murramarang, Australia, 5-9 February,

2006. Program & Abstracts. University of Sydney, Australia, 2006. – P. III-4-1.

13. Белашов В.Ю., Белашова Е.С., Денисова А.Р. Исследование распространения ВТН в электрических линиях с линейной и нелинейной нагрузкой//Изв. вузов. Проблемы энергетики, 2006. № 11-12. С. 25-34.

14. Belashova E.S., Vladimirov S.V. Evolution of Solitary Waves in Complex Media with Variable Dispersion//13th Intern. Congress on Plasma Physics, Kiev, Ukraine, May 22-26, 2006. Kiev: Bogolyubov Institute for Theoretical Physics (BITP) of the National Academy of Sciences of Ukraine. Paper No. C013p. – 4p.

15. Belashova E.S., Belashov V.Yu., Vladimirov S.V. Spectral Approach to Numerical Integration of the GKP-Class Equations in the Problems of Nonlinear Wave Dynamics Simulation//13th Intern. Congress on Plasma Physics, Kiev, Ukraine, May 22-26, 2006. Kiev: Bogolyubov Institute for Theoretical Physics (BITP) of the National Academy of Sciences of Ukraine. Paper No. C154p. – 4p.

16. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Vladimirov S.V. Dynamics of the 3D FMS Soliton-like Beam Structures Propagating in Plasma of Ionosphere and Magnetosphere//13th Intern. Congress on Plasma Physics, Kiev, Ukraine, May 22-26, 2006. Kiev: Bogolyubov Institute for Theoretical Physics (BITP) of the National Academy of Sciences of Ukraine. Paper No. C026p. – 4p.

17. Belashova E.S., Belashov V.Yu. Evolution of Solitary Waves in Complex Media with Variable Dispersion//8th Asia-Pacific Conference on Plasma Science and Technology and 19th Symposium on Plasma Science for Materials, Cairns, Australia, 2-5th July 2006. Canberra: Australian National University, 2006. – 1 p.

18. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Vladimirov S.V. Dynamics of IGW and Traveling Ionospheric Disturbances in Regions with Sharp Gradients of the Ionospheric Parameters//Australian Institute of Physics 17th National Congress 2006, December 3-8, Brisbane, Australia. Australian Institute of Physics, Brisbane, Queensland, Australia, 2006. Program and Abstracts. Abstract No. WC0111.

19. Belashov V.Yu., Belashova E.S., Vladimirov S.V. Dynamics of IGW and Traveling Ionospheric Disturbances in Regions with Sharp Gradients of the Ionospheric Parameters//Australian Institute of Physics 17th National Congress 2006, December 3-8, Brisbane, Australia. Australian Institute of Physics, Brisbane, Queensland, Australia, 2006. Referreed Papers. Paper No. WC0111. – 5 p.

20. Belashova E.S., Belashov V.Yu., Vladimirov S.V. Structure and Evolution of IGW and TID in Regions with Sharp Gradients of the Ionospheric Parameters// Journal of Geophysical Research, 2007. V. 112, A07302, doi: 10.1029/2006JA012220.

21. Белашова Е.С. Математическое моделирование распространения нелинейных импульсов в линиях с дисперсией и потерями// Изв. вузов. Проблемы энергетики, 2007. № 5-6. – С. 35-40.

22. Белашова Е.С. Алгоритмы моделирования ВТН в линиях с нелинейной нагрузкой и потерями//Тр. II Всеросс. научно-техн. конфер. с межд. участием «Проблемы электротехники, электроэнергетики и электротехнологии», Тольятти, 16-18 мая 2007 г. Тольятти: ТГУ, 2007. Ч. 1. – С. 41-46.

23. Белашова Е.С. Динамика и трансформация солитонов ВГВ и ПИВ в областях резких градиентов основных ионосферных параметров// Геомагнетизм и аэрномия, 2007. № 3, 4 (принято к печати).

Изд. лиц. ИД № 03480 от 08.12.00

Подписано к печати

Гарнитура «Times»

Физ. печ. л. 1.0

Тираж 100 экз.

20.09.2007

Вид печати РОМ

Усл. печ. л. 0.94

Заказ № 3039

Формат 60×84/16

Бумага «Business»

Уч.-изд. л. 1.0

Типография КГЭУ
420066, Казань, Красносельская, 51
